

المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولى في فراغات باناخ

مديحه مبروك الغانمي

بإشراف

د. عزت رمضان حسن د. محمد شباب الهذلي

المستخلص

ندرس في هذه الرسالة مسألة وحدوية حلول مشكلة كوشي

$$x = f(t, x), \quad x(0) = 0 \quad (1)$$

حيث E يمثل فراغ باناخ، $f: [t_0, t_0 + L] \times E \rightarrow E$

ابتداءً أثبتنا الشرط الضروري لعدم وحدوية حلول مشكلة كوشي من خلال إيجاد علاقة بين (1) ومعادلة (عددية) مساعدة، ومن ثم استنتجنا معياراً لوحودية الحلول لـ (1). لقد سبق أن تناول ماجورانا هذه النتيجة في الفراغ R وأثبت أن ثمة علاقة بين (1) في الفراغ R ومعادلة مساعدة غير تفاضلية. ويقتصر اسهامنا في هذه الرسالة على إعادة صياغة هذه العلاقة وتعميمها في فراغ باناخ منتهي وغير منته الأبعاد. وسوف نستعرض هذه المشاركة في الباب الرابع.

نستعرض في البابين الثاني والثالث من الرسالة مسألة وجود ووحدوية حلول مسألة كوشي والتسلسل الزمني لأقوى النتائج في هذه المسألة في الفراغ الحقيقي R كما في الفراغات المجردة (باناخ - هيلبرت) المنتهية وغير منتهية الأبعاد. عرض هذه الفصول التمهيدية قائم بذاته ويُعد نقطة بداية مناسبة في هذه الرسالة.

On First-Order Ordinary Differential Equations in Banach Spaces

By Madeaha Mabrouk Al-Ghanmi

Supervised by

Dr. Ezzat R. Hassan

Dr. Mohammed Sh. Alhuthali

Abstract

This thesis is mainly concerned with the question of the uniqueness of solutions of the Cauchy Problem

$$x = f(t, x), \quad x(0) = 0 \quad (1)$$

where $f: [t_0, t_0 + L] \times E \rightarrow E$, E is a Banach space. A necessary condition for non-uniqueness of solutions for the Cauchy problem, with the aid of an auxiliary scalar equation, is first established. As a consequence new uniqueness criteria are deduced. This result was previously known to hold only in the scalar [64]. More precisely, Majorana [64] found out a very close relation between the number of the roots of a certain auxiliary scalar equation and those of the Cauchy Problem (1), where, $f: [t_0, t_0 + L] \times R \rightarrow R$. Our main approach is to retain this relation in a suitable generalized sense to provide an abstract version of Majorana's result in a finite dimension real (or complex) Banach space. We then generalize this result to infinitely dimensional real Banach spaces. These form our proper participation which are deferred until **Chapter 4**. The first part of the thesis introduces selected knowledge of basic facts of scalar Cauchy problems, calculus of abstract function, Cauchy problem in abstract spaces and theory of finite as well as infinite dimensional systems of differential equations is required. The presentation of these preliminaries chapters is self-contained and intends to convey a suitable starting point in this thesis.